

Laboratorio di algoritmi e strutture dati

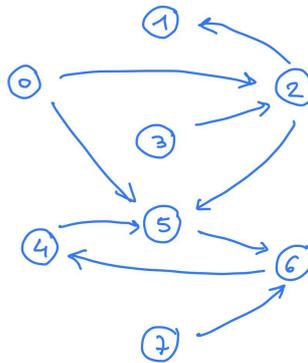
Docente: Violetta Lonati

Esercizi su grafi

1 Matrici e liste di adiacenza - comprensione e scrittura di codice

Si consideri un grafo orientato con n vertici; i vertici sono identificati dai numeri da 0 a $n-1$.

1. Scrivete la matrice di adiacenza del grafo disegnato qui sotto.



2. Definite in C un tipo `arrayDiListe` per rappresentare un grafo come array di liste di adiacenza. Scrivete poi una funzione `arrayDiListe matr2arrayDiListe (int **matr, int n)` che, ricevendo la matrice di adiacenza di un grafo con n vertici, ne costruisca l'array delle liste di adiacenza.
3. Considerate ora la porzione di codice riportata qui sotto

```
// alloca e inizializza con 0 una matrice nxn e ne restituisce l'indirizzo  
int **new_matr( int n );
```

```
int **f_matr( int **matr, int n ) {  
    int **matr2 = new_matr( n );  
    for ( int i = 0; i < n; i++ )  
        for ( int j = 0; j < n; j++ )  
            if ( matr[i][j] == 1 )  
                for ( int k = 0; k < n; k++ )  
                    if ( matr[j][k] == 1 )  
                        matr2[i][k] = 1;  
    return matr2;  
}
```

- a) Descrivete o disegnate il grafo definito dalla matrice di adiacenza che viene restituita dalla funzione `f_matr` quando riceve in input la matrice di adiacenza del grafo disegnato al punto 1.
- b) Riassumete a parole cosa fa la funzione `f_matr` (non dovete descrivere la funzione riga per riga), completando questa frase:

Se `matr` è la matrice di adiacenza di un grafo orientato G con n vertici, allora la chiamata `f_matr(matr, n)` restituisce ...

- c) Cosa cambierebbe se il grafo non fosse non orientato?

4. Scrivete una funzione con prototipo

```
int **new_matr( int n )
```

che inizializzi una matrice di adiacenza per un grafo con n vertici, identificati dai numeri da 0 a $n-1$, allocando dinamicamente lo spazio opportuno e restituendone un puntatore.

5. Scrivete una funzione con prototipo

```
arrayDiListe f_arrayDiListe( arrayDiListe v, int n )
```

equivalente a `f_matr`. Più precisamente:

- dato un grafo orientato con n vertici, sia `matr` la sua matrice di adiacenza e `matr2` la matrice di adiacenza restituita da `f_matr(matr, n)`;
- inoltre, sia `v` l'array delle liste di adiacenza del grafo, e sia `v2` l'array delle liste di adiacenza restituito da `f_arrayDiListe (v, n)`;
- allora `matr2` e `v2` devono rappresentare lo stesso grafo.

Non è consentito chiamare la funzione `f_matr` all'interno di `f_arrayDiListe`!

2 Problemi su grafi - modellazione e progettazione

Nota bene: questo esercizio è legato al punto 3 dell'esercizio precedente. Se non siete riusciti a svolgere quel punto, potete fare comunque il punto 2 di questo esercizio.

1. Considerate i problemi descritti più sotto. Per ciascuno di questi, indicate se la funzione `f_matr` (o la funzione equivalente `f_arrayDiListe`) dell'esercizio precedente può essere utilizzata per risolvere il problema, una volta rappresentato opportunamente mediante un grafo. Giustificate la risposta:
 - per ciascuno dei casi in cui la risposta è sì, spiegate come la situazione può essere modellata con un grafo e indicate come va utilizzata la funzione;
 - per ciascuno dei casi in cui la risposta è no, spiegate quale criticità riscontrate.
2. Scegliete uno dei problemi per cui avete risposto no: descrivete come è possibile modellare la situazione con strutture di dati opportune e progettate un algoritmo che risolve il problema. L'algoritmo può essere descritto a parole o in pseudocodice; se opportuno, potete fare riferimento ad algoritmi noti.

Lista dei problemi

Nel social network Algotwit gli utenti possono pubblicare online brevi messaggi. Ogni utente può *seguire* altri utenti a sua scelta, questo significa che potrà leggere i messaggi pubblicati dagli utenti che segue.

Problema A (Algotwit). Quando si collega a Algotwit, ogni utente vede i messaggi pubblicati sia dagli utenti che segue, sia dagli utenti seguiti da quelli che l'utente segue.

Ad esempio, Alice segue Carlo; Bruno segue Dario; Carlo segue Bruno ed Enrico; Dario, Bruno e Enrico seguono Francesca. Allora i messaggi pubblicati da Francesca potranno essere letti da Bruno, Carlo, Dario, Enrico, ma non da Alice.

Palgam è una compagnia aerea internazionale. La compagnia serve alcune tratte, che collegano un aeroporto di partenza con uno di arrivo. Ogni tratta è caratterizzata da una lunghezza in chilometri e dal prezzo in dollari con cui è messa in vendita alla clientela. Per ogni tratta servita, la compagnia serve anche la tratta opposta (ovvero se c'è una tratta da a a b , allora c'è anche la tratta da b a a). Un viaggio aereo è costituito da una sequenza di tratte consecutive (l'aeroporto di arrivo di ciascuna tratta è l'aeroporto di partenza della tratta successiva); ciascuno degli aeroporti intermedi è detto scalo.

Problema B (viaggi). Quali sono le coppie di aeroporti che sono collegati tra loro da un viaggio?

Problema C (scalo). Quali sono le coppie di aeroporti che sono collegati tra loro da un viaggio che contiene esattamente uno scalo?

Ad esempio, ci sono tratte tra Amsterdam e Berlino, tra Berlino e Copenaghen, tra Dublino e Berlino, tra Copenaghen e Eindhoven. Quindi tutte le coppie di aeroporti sono collegate da un viaggio. Inoltre, le coppie di aeroporti collegati tra viaggi con esattamente uno scalo sono Amsterdam-Copenaghen, Amsterdam-Dublino, Berlino-Eindhoven, Copenaghen-Dublino.

Dopo un anno di lock-down, gli studenti del Dipartimento di Algoritmica vogliono promuovere la socialità e hanno lanciato una App. Il primo del mese, chi vuole partecipare inserisce tramite la App l'elenco dei contatti di massimo 3 suoi amici.

Problema D (contatti). Il giorno successivo, ciascuno riceverà la lista di tutti i contatti degli amici inseriti dai propri amici.

Ad esempio, Alice inserisce i contatti di Bruno e Carla; Bruno inserisce il contatto di Dario e di Federica; Carlo inserisce il contatto di Enrico; Dario e Enrico inseriscono il contatto di Federica. Allora il contatto di Federica verrà inviato a Carlo, Bruno e Alice.

Gli attivatori consentono ad una sostanza di trasformarsi in un'altra, mediante una reazione chimica. Una volta finita la reazione, se si aggiungono ancora attivatori, la nuova sostanza potrebbe trasformarsi ancora in un'altra sostanza, e così via. Dovete progettare un simulatore di esperimenti chimici.

Problema E (chimica). Conoscendo le reazioni provocate dagli attivatori (cioè le coppie (a,b) tali che a si trasforma in b mediante gli attivatori), il simulatore deve individuare quali sono le coppie di sostanze (x,y) tali che y si può ottenere da x con trasformazioni successive (innescate da attivatori).

Ad esempio, la sostanza A si trasforma nella sostanza B, la sostanza B si trasforma nella sostanza C, la sostanza D si trasforma nella sostanza B, la sostanza C si trasforma in E. Allora il simulatore individuerà le coppie $(A,B), (A,C), (A,E), (B,C), (B,E), (C,E), (D,B), (D,C), (D,E)$.