

Laboratorio di algoritmi e strutture dati

Docente: Violetta Lonati

giovedì 30 novembre 2017

Grafi - esempi tratti dai progetti di appelli passati

1 Faccialibro (estratto dalla traccia del progetto di gen/feb 2009)

Il progetto è ispirato ad un popolarissimo sito di *social networking* (in italiano, rete sociale). Per *rete sociale* si intende una comunità online di persone che condividono interessi o attività e che sono motivate a conoscere e gli interessi e le attività delle altre persone. Obiettivo del progetto è sviluppare un sistema che supporti lo sviluppo di una rete sociale: chiameremo tale sistema FACCIALIBRO.

Le caratteristiche fondamentali di FACCIALIBRO sono le seguenti: ogni persona è rappresentata da un *profilo*; due profili possono essere legati da una *relazione di amicizia*; ogni profilo può aderire a *gruppi* che condividono interessi o attività. Il sistema inoltre fornisce alcune funzionalità particolari, ad esempio consiglia nuove amicizie e calcola il grado di separazione tra due profili.

Ogni profilo interagisce con il sistema attraverso *comandi di profilo* prestabiliti. Per consentire la gestione del sistema, esistono poi altri *comandi di sistema* speciali.

Profili Ogni partecipante di FACCIALIBRO è rappresentato da un *profilo*, caratterizzato da due elementi:

- il *nickname*: stringa univoca di lunghezza arbitraria, priva di spazi;
- lo *status*: stringa di lunghezza arbitraria, di solito contenente una frase che denota lo stato d'animo o l'azione che il profilo sta svolgendo.

Nel seguito, con un abuso di linguaggio, identificheremo ogni profilo (e quindi ogni partecipante a FACCIALIBRO da esso rappresentata) con il proprio nickname.

Amici Due partecipanti di FACCIALIBRO possono dichiarare al sistema di essere amici. La relazione di amicizia è simmetrica e deve essere dichiarata da entrambi gli amici, anche in momenti diversi.

Il sistema deve essere in grado di dire se due partecipanti sono legati da una relazione di amicizia e ricordare le dichiarazioni di amicizia non ancora ricambiate.

Se p e q sono due amici, allora p può chiedere al sistema lo status di q , l'elenco dei suoi amici e i gruppi di cui q è membro.

Grado di Separazione Siano p e q due partecipanti di FACCIALIBRO. Il *grado di separazione* tra p e q è il minimo intero n tale che esistono profili r_0, r_1, \dots, r_n con $r_0 = p$, $r_n = q$ e r_i amico di r_{i+1} per ogni $i = 0, 1, \dots, n-1$. Se tale intero n non esiste allora il grado di separazione tra p e q è infinito.

Il sistema deve essere in grado di calcolare i gradi di separazione tra due profili.

Segnalazione di nuovi amici Un partecipante p di FACCIALIBRO può chiedere al sistema di segnalargli profili che potrebbe riconoscere come amici. La regola usata dal sistema è la seguente: un partecipante q diverso da p e non ancora amico di p viene segnalato a p se esistono almeno tre partecipanti distinti da p e q che sono amici sia di p che di q .

2 Die hard e i 4 galloni (estratto dalla traccia del progetto di gen/feb 2010)

Nel film "Die hard 3", i due eroi John (Bruce Willis) e Zeus (Samuel L. Jackson) devono disinnescare una bomba risolvendo il gioco seguente. Vicino ad una fontana ci sono due contenitori aventi capacità 3 e 5 galloni. Per bloccare il timer dell'ordigno è necessario appoggiare sopra la bomba il contenitore da 5 galloni con esattamente 4 galloni di acqua al suo

interno. Il gioco consiste quindi nel misurare esattamente 4 galloni d'acqua utilizzando solamente i due contenitori e le operazioni di riempimento, svuotamento e travaso da un contenitore all'altro.

Ovviamente siamo in un film americano e i due eroi riescono nell'intento partendo dalla configurazione inizialmente vuota $(0[3], 0[5])$ e utilizzando la seguente sequenza di operazioni (lo stato di ogni contenitore è indicato con un intero non negativo seguito dalla sua capacità tra parentesi quadre):

1. riempire il contenitore da 5 galloni: $(0[3], 5[5])$;
2. travasare il contenitore da 5 in quello da 3: $(3[3], 2[5])$;
3. svuotare il contenitore da 3: $(0[3], 2[5])$;
4. travasare il contenitore da 5 in quello da 3: $(2[3], 0[5])$;
5. riempire il contenitore da 5: $(2[3], 5[5])$;
6. travasare il contenitore da 5 in quello da 3: $(3[3], 4[5])$;

Attenzione: Come avrete notato dall'esempio, non è possibile travasare una quantità arbitraria di acqua. Il riempimento va fatto fino all'orlo, lo svuotamento deve essere completo e il travaso dal contenitore A al contenitore B si conclude con il contenitore A vuoto (ad esempio l'operazione 4 della sequenza) o col contenitore B pieno (ad esempio, l'operazione 6 della sequenza).

Vogliamo risolvere il problema dei contenitori nel caso generale. Dobbiamo gestire una sequenza di n contenitori di capacità c_1, c_2, \dots, c_n , dove c_i è un intero positivo per ogni $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, inizialmente vuoti.

Una *configurazione* è definita specificando per ogni contenitore il livello di riempimento dell'acqua..

Le operazioni di *riempimento* di un contenitore, *svuotamento* di un contenitore, *travaso* di un contenitore in un altro sono dette *operazioni elementari*.

Una certa configurazione b è *direttamente raggiungibile* da una configurazione a se a è trasformata in b da un'operazione elementare.

Una configurazione b è *raggiungibile* da una configurazione a se esiste una sequenza finita di configurazioni che parte da a e finisce in b , ciascuna delle quali direttamente raggiungibile dalla precedente.